

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ I¹
27 Ιουνίου 2012

Ονοματεπώνυμο..... Α.Μ.....

1) Σε ένα αμμόλοφο σχήματος ορθού κώνου ρίχνουμε άμμο με ρυθμό $12m^3/min$, με τέτοιο τρόπο ώστε η διάμετρος της βάσης να παραμένει πάντοτε ίση με τα $(3/2)$ του ύψους. Να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο θα αυξάνεται η ακτίνα της βάσης όταν ο αμμόλοφος θα φτάσει το ύψος των δύο μέτρων.

2) Να βρεθεί η τιμή της πρώτης παραγώγου $\frac{dy}{dx}$ της καμπύλης με αναλυτική εξίσωση $2x^3 + y^2 = 1 - 4y$, στο σημείο $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, 0\right)$.

3) Να βρεθεί το εμβαδό E της περιοχής του επιπέδου η οποία βρίσκεται εκτός της καρδιοειδούς καμπύλης $r = 2(1 + \cos \theta)$ και εντός του κύκλου $r = 6 \cos \theta$.

4) Να υπολογισθεί το ολοκλήρωμα

$$\int x \sqrt{-8 + 6x - x^2} dx$$

5) Να υπολογιστεί το μήκος της καμπύλης με εξίσωση $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, για $x \in [0, 2]$.

6) (α) Αν $a > 0$ να βρεθεί το εμβαδόν της επιφάνειας που δημιουργείται από την περιστροφή της καμπύλης $3ay^2 = x(a-x)^2$ γύρω από τον άξονα Ox , (β) Υπολογίστε την επιφάνεια αν περιστρέφεται γύρω από τον άξονα Oy .

¹ Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Η διάρκεια των εξετάσεων είναι τρεις ώρες.